La lune et les éclipses

Le Saros

Michel Llibre - Club d'astronomie de Quint-Fontsegrives

Caractéristiques de la trajectoire de la Lune

La trajectoire de la Lune (sa révolution autour de la Terre) ou orbite est conditionnée par l'attraction de la Terre et du Soleil. La rotation de la Terre sur elle-même n'a quasiment aucune influence sur cette trajectoire, ce qui fait que la direction de l'axe de rotation de la Terre et son plan perpendiculaire qui est l'équateur ne sont pas utilisés pour repérer cette trajectoire.

Le repérage se fait donc relativement à un repère céleste, dit repère écliptique, dont l'axe Z est normal à l'écliptique (plan de la trajectoire de la Terre autour du Soleil), et l'axe X est dans ce plan en direction du point vernal (point gamma), direction Terre-Soleil à l'instant où le Soleil traverse le plan équatorial du Sud au Nord (à l'équinoxe de printemps vers le 21 mars).

On définit l'orbite de la Lune dans un tel repère centré sur la Terre, et dans un premier temps le plan dans lequel se fait cette orbite. Ce ***plan est incliné d'environ 5,14° sur le plan de l'écliptique***. La ligne d'intersection de ce plan avec le plan de l'écliptique (passant par le centre Terre) s'appelle la *ligne des nœuds*.

- La direction du nœud ascendant n'est pas fixe dans le plan de l'écliptique. Elle précessionne et fait un tour complet en 18,6 ans. Son angle avec la direction du point gamma s'appelle la longitude du noeud ascendant. On la note Ω.
- La période entre deux passages successifs par le même nœud (le nœud ascendant par exemple, où la Lune passe en venant du coté Sud pour passer du coté Nord) est appelée *mois draconitique*. Il vaut 27.212 jours.
- Vue de la Terre le Soleil met 346,25 jours pour repasser par ce même nœud. C'est *l'année draconitique*.
- L'attraction du Soleil sur la Lune fait varier l'inclinaison de son plan de ±0,14° selon un cycle de la moitié de l'année draconitique, soit 173 jours

Le plan étant caractérisé, reste à caractériser l'orbite dans ce plan. C'est une ellipse dont la Terre occupe un des foyers :

- La ligne qui joint le *périgée* de la Lune à son *apogée* (le grand axe de l'ellipse) s'appelle la *ligne des apsides.* L'angle que fait la direction du noeud ascendant avec la direction du périgée s'appelle l'argument du périgée. Il est note ω. Il n'est pas constant. Il précessionne d'environ 1/100 de tour par tour de Lune dans le même sens que la révolution (sens direct), revenant dans le même alignement en 8,85 ans (*précession draconitique*)

- L'*excentricité* est très faible : 0.055 en moyenne, et elle varie entre 0.025 et 0.077 selon plusieurs cycles superposés dont les 2 principaux ont pour période 29.53 jour (la lunaison précisée plus loin) et 205,9 jours.
- La période *sidérale* ou *tropique*[1] de rotation de la Lune est de 27,32 jours
- La période *synodique* ou ***lunaison***(celle des phases de la Lune) est de 29,53 jours
- La période *anomalistique*, deux passages successifs au périgée est de 27,554 jours
- La période *draconitique*, deux passages successifs au nœud ascendant, est de 27,212 jours.

La rotation de la Lune sur elle-même ne joue que sur le paysage qu'elle nous montre. L'axe de rotation de la Lune, ou ce qui revient au-même son plan équatorial, est incliné :

- d'environ 6,68° par rapport à l'équateur terrestre
- de 18.2° à 28.7° par rapport à l'écliptique.

La période de rotation de la Lune sur elle-même est égale à sa période de révolution autour de la Terre. Par rapport à quels axes, je ne le préciserai pas car je risque de me tromper. Du fait de l’ellipticité de sa trajectoire, lorsque la Lune est proche, elle se déplace plus vite (deuxième loi de Kepler), ce qui fait que depuis la Terre on la voit sous un angle qui a beaucoup varié, alors qu'il s'est passé peu de temps et qu'elle a peu tourné sur elle-même, ce qui fait qu'on arrive à voir plus qu'une demi-sphère. C'est la fameuse libration lunaire. Les précessions des différents axes ont également leur effet. Je n'en sais pas plus.

Période de retour des éclipses.

Le cycle de Méton

Ce cycle ne concerne pas les éclipses mais simplement la périodicité des phases de la Lune par rapport aux saisons. Vers 432 av. J.-C. Méton d'Athènes, en compulsant les relevés d'observation de la Lune a trouvé que ***les phases de la Lune se reproduisent exactement à la même époque*** dans l'année, au bout de **19** ans ou **235** lunaisons. Effectivement **235** × 29,53 = 6939,55 jours et **19** × 365,242 = 6939,59 jours.

Hipparque et le Saros

Une période concernant la Lune, également appelée le Saros, est citée dans une tablette babylonienne, mais elle ne concerne pas les éclipses.

Hipparque (190, 120 av. J.-C.) a examiné la période de *retour des éclipses dans la même configuration d'éloignement* à la Terre et il a trouvé une période de 18 ans et 11 jours qui contenait exactement :

- 223 lunaisons (voisinage du soleil),
- 242 mois draconitiques (passage au noeud ascendant),
- 239 mois anomalistiques (passage au périgée).

1 sidéral est relatif aux étoiles supposées fixes, et tropique est relatif au repère écliptique-vernal dont l'axe vernal précessionne (précession des équinoxes) en faisant un tour en environ 26000 ans.

avec des écarts inférieurs à 1 heure sur les 18 ans.

La machine d'Anticythère

La machine d'Anticythère, trouvée dans l'épave d'une galère romaine, coulée à l'époque du siège de Syracuse, et qui date de l'époque d'Hipparque et/ou d'Archimède comporte des engrenages de :

- 19 dents (pour le cycle de Méton)
- 235 dents (nombre de lunaisons dans le cycle de Méton)
- 239 dents (nombre de mois anomalistiques dans le Saros)
- 223 dents (nombre de lunaisons dans le cycle de saros)
- 365 dents (nombre de jours du calendrier égyptien)

Étonnant !!!

Calcul du Saros

Il s'agit de trouver un ***commun*** multiple aux mois synodiques et draconitiques.

En notant :

- ***S*** la durée de la lunaison (mois synodique) ***S*** = 29,530589 jours
- ***D*** le mois draconitique (noeud ascendant) ***D*** = 27,212211 jours

on recherche de 2 nombres entiers s et d les plus petits possibles tel que |*s.S* - *d.D*| soit proche de zéro. On transforme le problème en cherchant 2 nombres entiers les plus petits dont le quotient *d*/*s* soit le plus proche possible du rapport ***S***/***D*** = 1.08519623.

La résolution de ce problème utilise une méthode voisine de l'algorithme d'Euclide pour décomposer le rapport $\mu = \boldsymbol{S}/\boldsymbol{D}$ en fraction continue ce qui permet ensuite d'effectuer une approximation diophantienne. Initialisée par $p_0 = \mu$ et $p_1 = 1$, on applique la relation de récurrence suivante :

$$p_{j-1} = a_{j-1} p_j + p_{j+1} \Rightarrow \begin{cases} a_{j-1} = floor\left(\dfrac{p_{j-1}}{p_j}\right) \\ p_{j+1} = p_{j-1} - a_{j-1} p_j \end{cases}$$

qui fournit la succession de couples (a_0, p_2) , (a_1, p_3) , (a_2, p_4) ...

On a alors l'égalité :

$$\mu = a_0 + \cfrac{1}{a_1 + \cfrac{1}{a_2 + \cfrac{1}{a_3 + \dots}}} \quad \text{notée} \quad \mu = [a_0, a_1, a_2, a_3, \dots]$$

Avec $\mu = \boldsymbol{S}/\boldsymbol{D} = 1.08519623$ on trouve $\mu = \dfrac{\boldsymbol{S}}{\boldsymbol{D}} = [1, 11, 1, 2, 1, 4, 3, 2, 2, 4, 4, 3, 1, 2, 1, 22, \dots]$.

On a ainsi les approximations successives suivantes :

- [1,11] = 12/11 = 1.0909 (écart 5,7E-3) conduit à une période de **325 jours**
- [1,11,1] = 13/12 = 1,08333 (écart 1.85E-3) conduit à une période de **354 jours**.
- [1,11,1,2] = 38/35 = 1,0857 (écart 5.17E-4) conduit à une période de **2 ans et 10 mois.**
- [1,11,1,2,1] = 51/47 = 1,085106 (écart 7.7E-5) conduit à une période de **3 ans et 9½ mois.**
- [1,11,1,2,1,4] = 242/223 = 1.085202 (écart 1.9E-5) conduit à la période de **18 ans et 10 à 11 jours** (suivant le calage par rapport aux années bissextiles).

La dernière approximation est excellente. C'est celle du Saros constitué de :

- 223 mois synodiques
- 242 mois draconitiques
- mais aussi 239 mois anomalistiques.

Les "Éléments", traité de mathématiques d'**Euclide d'Alexandrie** a été rédigé vers 300 avant notre ère.

La date de rédaction des "Arithmétiques" ouvrage de **Diophante d'Alexandrie** est encore plus incertaine, vers 200 avant notre ère à 1 siècle près.

L'approximation diophantienne à l'aide des fractions continue, utilisée ci-dessus, est connue **d'Aryabhata** (mathématicien astronome indien vers 500) qui l'utilise en particulier pour calculer des racines carrées et cubiques.

sidéral est relatif aux étoiles supposées fixes, et tropique est relatif au repère écliptique-vernal dont l'axe vernal précessionne (précession des équinoxes) en faisant un tour en environ 26000 ans.